अध्यायः 15

सान्द्राकाराणां चित्रणम्

15.1 भूमिका तलाकृतयः अथ च सान्द्राकाराः

अस्मिन् अध्याये भवन्तः एतावत्-पर्यन्तम् अवलोकिताः आकृतीः तद्-विमारूपेण (आयामरूपेण) वर्गीकरिष्यन्ति।

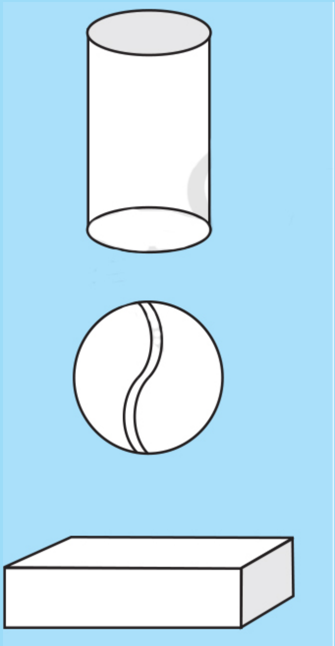
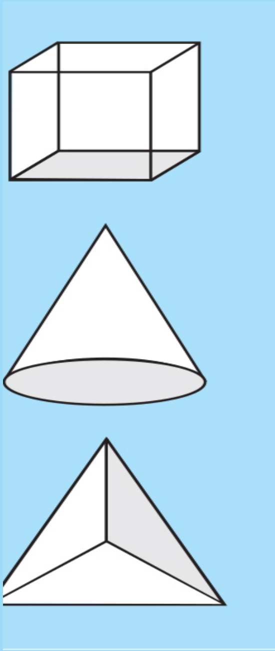
स्वीये दैनिक-जीवने वयं निजपरिवेशे पुस्तकम्, कन्दुकम्, पयोहिमशङ्कुः इत्यादीनि विभिन्नाकाराणि वस्तूनि पश्यामः। अधिकांशतः एतेषु सर्वेषु वस्तुषु एकं तथ्यं सर्वनिष्ठम् अस्ति तच्चास्ति यद् एषु प्रत्येकं वस्तुनः किञ्चिद् दैर्घ्यम्, विस्तृतिः, औन्नत्यम् अथवा गहनता भवति।

अनेन कारणेन एतानि सर्वाणि स्थानं परिवेष्टयन्ति तथा च एतेषां तिस्रः विमाः भवन्ति। अतः इमे आकाराः त्रिविमीयाकाराः इति कथ्यन्ते।

किं भवन्तः गतकक्ष्यासु अवलोकितानां केषाञ्चन त्रिविमीयाकाराणां (सान्द्राकाराणाम्) विषये स्मरन्ति ?

प्रयासं कुर्वन्तु

एतान् आकारान् तदीय-नामभिः सह मेलयन्तु :

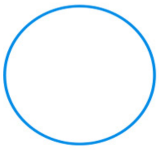
(i)	(a) घनाभः	(iv)	(d) वृत्तम्
(ii)	(b) बेलनम्	(v)	(e) पिरामिड
(iii)	(c) घनः	(vi)	(f) शङ्कुः

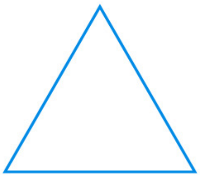
आकृतिः 15.1

उपर्युक्तेषु आकारेषु प्रत्येकम् आकारस्य इव केषाञ्चिद् वस्तूनां परिचयं प्राप्तुं प्रयासं कुर्वन्तु ।

अनेन तर्केण वयं वक्तुं शक्नुमः यत् कस्मिंश्चिद् कागदे आलिख्यमानाः आकृतयः (यासां दीर्घता तथा च विस्तृतिः भवति) द्विविमीयाः आकाराः इति वक्तव्याः । वयं द्विविमाः काश्चन आकृतीः गतकक्ष्यासु अपि दृष्टवन्तः । द्विविमीयाकृतीनां नामभिः सह मेलनं कुरूत (आकृतिः15.2) -

(i) (a) वृत्तम्

(ii)  (b) आयातः

(iii)  (c) वर्गः

(iv) (d) चतुर्भुजम्

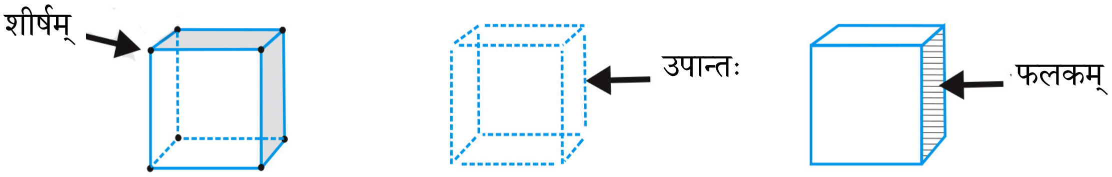
(v) (e) त्रिभुजम्

आकृतिः 15.2

टिप्पणी - सङ्क्षेपेण वयं द्विविमीयम् '2-D' इति अथ च त्रिविमीयम् '3-D' इति लेखितुं शक्नुमः ।

15.2 फलकानि उपान्ताः अथ च शीर्षाणि

किं भवन्तः पूर्वपठितानां सान्द्राकाराणाम् उपान्त-फलक-शीर्षाणां विषये किमपि स्मरन्ति ? कस्यचिद् घनस्य कृते एतद् दर्शितम् अस्ति :



(i) (ii) (iii)

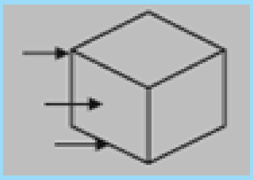
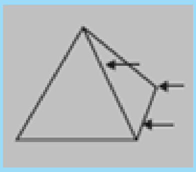
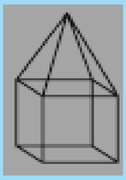
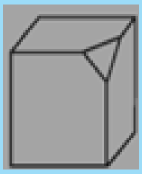
आकृतिः 15.3

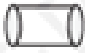
घनस्य अष्टौ कोणाः तस्य शीर्षाणि इति कथ्यन्ते । घनाकारस्य निर्मातारः द्वादश रेखाखण्डाः तस्य पार्श्वाः अथवा उपान्ताः इति कथ्यन्ते । षट् समतलपृष्ठानि (यानि घनस्य त्वग् इव अस्ति) तस्य फलकानि इति कथ्यन्ते ।

एतान् कुर्वन्तु

अधोलिखित-तालिकां पूरयन्तु

तालिका 15.1

	शीर्षम् फलकम् उपान्तः 	 फलकम् शीर्षम् उपान्तः		
फलकानि	6	4		
उपान्ताः	12			
शीर्षाणि	8	4		

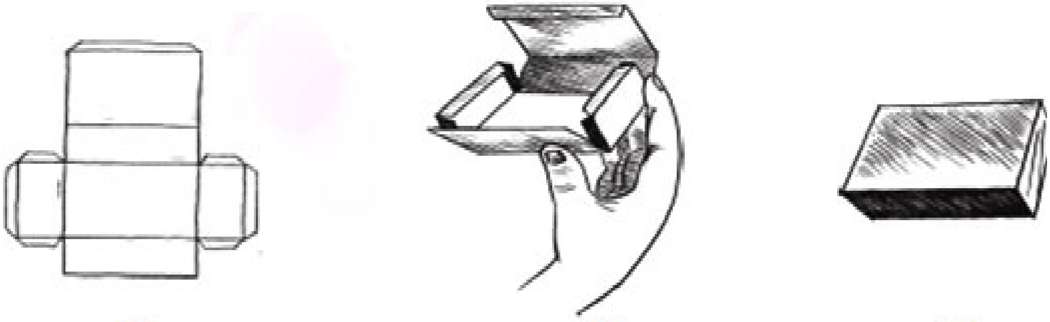
किं भवन्तः द्रष्टुं शक्नुवन्ति यद् द्विविमीयाकृतयः त्रिविमीयाकाराणां फलकानि इव परिज्ञातुं शक्यन्ते ? उदाहरणार्थं कस्यचिद्  बेलनस्य द्वे फलके वृत्ते स्तः तथा च दर्शितस्य पिरामिडस्य फलकानि त्रिभुजानि सन्ति।

अधुना वयम् एतद् द्रष्टुं प्रयतिष्यामहे यत् केन प्रकारेण केचन त्रिविमीयाकाराः (3-D) द्विविमीयाकृतीनाम् (2-D) (अर्थात् कागदे) चित्रीयरूपेण निरूपयितुं शक्यन्ते इति।

एतत् कर्तुं वयं त्रिविमीय-वस्तुभिः सह अगाधतया परिचयः प्राप्तव्यः। आयान्तु इमानि वस्तूनि तदीयैः जालैः निर्मातुं प्रयासं कुर्मः।

15.3 3-D आकारं निर्मातुम् आनायः / जालकम् (नेट)

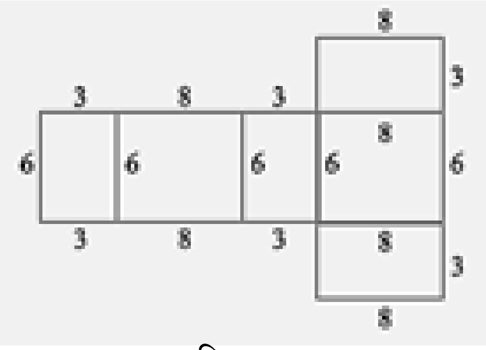
स्थूल-कागदस्य कञ्चित् संवृतपुटं स्वीकुर्वन्तु। एतत् केषाञ्चिद् उपान्तभागानाम् अनुदिशं छित्त्वा समतलं कुर्वन्तु। अधुना भवतां पार्श्वे अस्य संवृतपुटस्य जालकम् अस्ति। द्विविमायाम् एकप्रकारकः बाह्यरेखा एव जालकः अस्ति। [आकृतिः15.4 (i)] यस्य वक्रीकरणे सति [आकृतिः15.4 (ii)] वयं परिणामस्वरूपम् 3-D इति आकारं प्राप्नुमः [आकृतिः15.4 (iii)]।



(i) (ii) (iii)

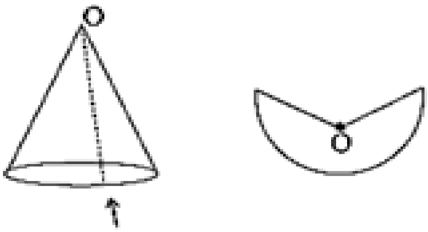
आकृतिः 15.4

अत्र भवन्तः उपान्तान् उपयुक्तरूपेण पृथक् कृत्वा एकं जालकं प्राप्तवन्तः ? किम् अस्य विपरीत-प्रक्रिया अपि सम्भवा अस्ति ? अत्र एकसंवृत्तपुट-जालकस्य प्रतिरूपं दत्तम् अस्ति (आकृतिः 15.5)। अस्य प्रतिरूपं निर्माय तस्य विस्तारं कुर्वन्तु। पुनश्च उपयुक्तप्रकारेण एतत् वक्रीकृत्य अथ च संश्लिष्य एकं संवृत्तपुटं निर्मान्तु।

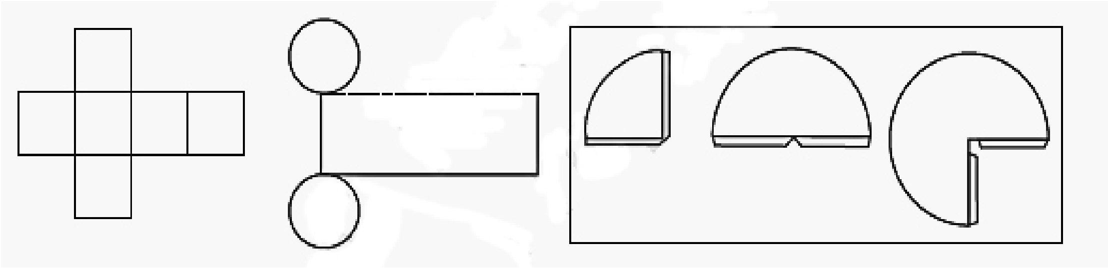


आकृतिः 15.5

प्राप्तः संवृत्तपुटः एकः सान्द्रः अस्ति । अयं घनाभसदृशम् एकम् 3-D वस्तु अस्ति। अनेन एव प्रकारेण भवन्तः एकं शङ्कुं तदीय-तिर्यक्-पृष्ठस्य अनुदिशम् एकसुक्ष्मपट्टिकारूपेण छित्वा अस्य जालकं प्राप्तुं शक्नुवन्ति (आकृतिः 15.6)। भिन्नाकाराणां कृते भिन्नानि जालकानि भवन्ति। प्रदत्तानां जालकानां प्रतिरूपाणि निर्माय तेषां च विस्तारं कुर्वन्तु तथा प्रदत्त-जालकानां विस्तारित-रूपाणां प्रतिरूपाणि कुर्वन्तु (आकृतिः 15.7) तत्पश्चाद् एतेषाम् अधः आलिखितान् त्रिविमीयाकारान् (3-D) निर्मातुं प्रयासं कुर्वन्तु । भवन्तः स्थूल-कागदस्य सुक्ष्मपट्टिकाः आदाय ताः कागद-संदशिकाभिः बद्ध्वा आकाराणां प्रतिरूपाणि अपि निर्मातुं शक्नुवन्ति।



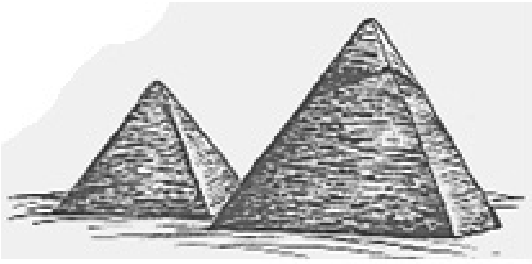
आकृतिः 15.6 इतः छिन्दन्तु



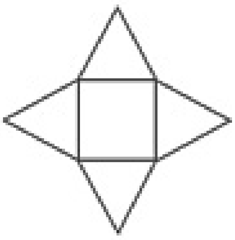
(i) घनः (iii) वेलनम् (ii) शङ्कुः

आकृतिः 15.7

वयं गिजायाः ग्रेट-पिरामिडेन सदृशस्य (आकृतिः 15.8) पिरामिडस्य कृते अपि जालकनिर्माणस्य प्रयासं कर्तुं शक्नुमः। अस्य पिरामिडस्य आधारः एकः वर्गः अस्ति अथ च चतुर्षु भुजेषु त्रिभुजानि निर्मितानि सन्ति। पश्यन्तु किं भवन्तः प्रदत्त-जालकाद् (आकृतिः 15.9) एतं पिरामिडं निर्मातुं शक्नुवन्ति ?



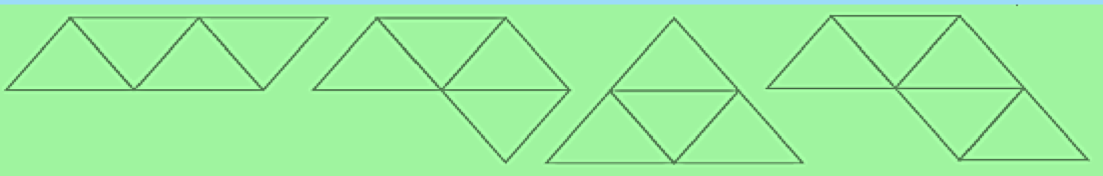
आकृतिः 15.8



आकृतिः 15.9

प्रयासं कुर्वन्तु

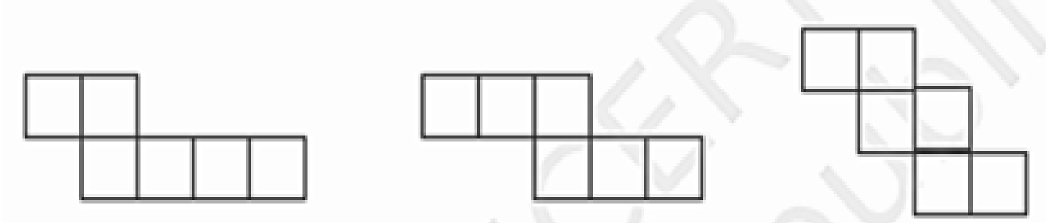
अत्र भवन्तः चतुरः जालकान् ईक्षन्ते सन्ति (आकृतिः 15.10)। किमपि चतुष्फलकं निर्मातुम् द्वौ जालकौ उचितौ स्तः। पश्यन्तु यत् किं भवन्तः एतद् ज्ञातुं शक्नुवन्ति यत् कतमाभ्याम् जालकाभ्यां चतुष्फलकं निर्मातुं शक्यते।



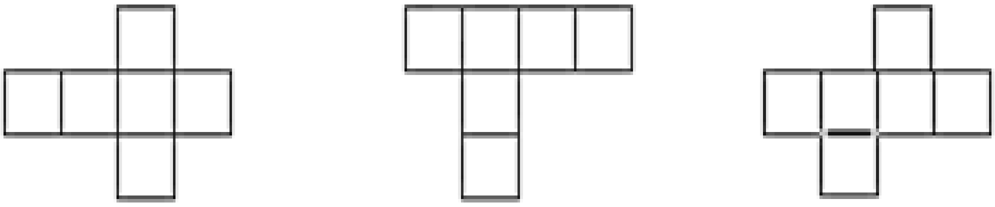
आकृतिः 15.10

प्रश्नावली 15.1

1. तान् जालकान् परिचिन्वन्तु यान् प्रयुज्य भवन्तः घनान् निर्मातुं शक्नुवन्ति (एतेषां जालकानां प्रतिरूपाणि छित्त्वा एतत् कर्तुं प्रयासं कुर्वन्तु)

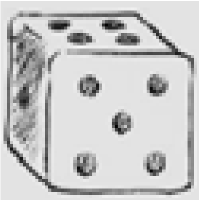


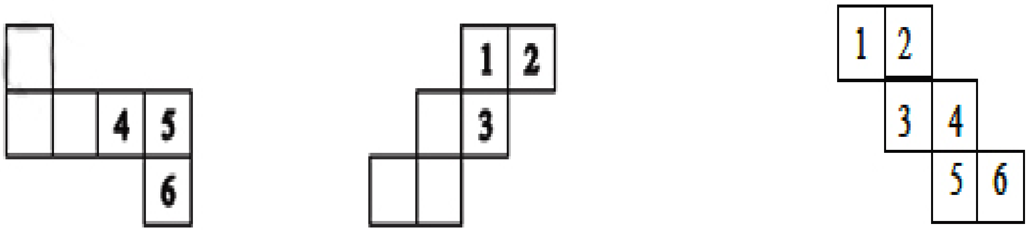
(i) (ii) (iii)



(iv) (v) (vi)

2. अक्षाः तादृशाः घनाः भवन्ति येषां प्रत्येकस्मिन् फलके बिन्दवः अङ्किताः भवन्ति । कस्यचित् अक्षस्य सम्मुखफलकानां अङ्कित-बिन्दूनां सङ्ख्यायाः योगः सदैव 7 भवति । अत्र अक्षान् निर्मातुं द्वे जालके दत्ते स्तः । प्रत्येकस्मिन् वर्गे लिखितसङ्ख्या तस्य संवृत्तपुटस्य बिन्दून् दर्शयति ।

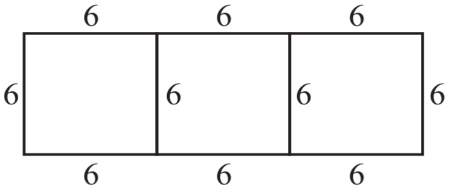




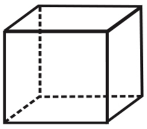
अक्षस्य सम्मुख-फलकानां सङ्ख्यायाः योगः सदैव 7 एव भवति इति स्मरन्तः रिक्तस्थानेषु उपयुक्त-सङ्ख्यां लिखन्तु ।

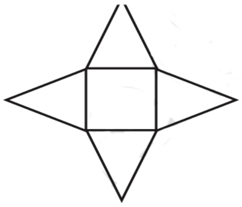
3. किम् एतत् अक्षस्य कृते एकं जालकं भवितुम् अर्हति ? स्वीयम् उत्तरं स्पष्टीकुरूत ।

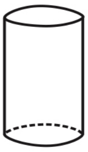
4. अत्र एकं घनं निर्मातुं एकम् अपूर्णं जालकं दत्तम् अस्ति ? एतत् न्यूनातिन्यूनं द्वाभ्यां विधिभ्यां पूर्णं कुरूत । स्मरणं भवेत् यद् कस्यचिद् घनस्य षट् फलकानि भवन्ति ।अत्र अस्मिन् जालके कति फलकानि दत्तानि सन्ति । (पृथक् पृथक् द्वे चित्रे यच्छन्तु । कार्यं सरलीकर्तुं भवन्तः वर्गाङ्कित-कागदस्य प्रयोगं कर्तुं शक्नुवन्ति ।)

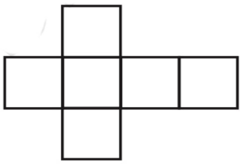


5. उपयुक्त-सान्ध्राकारैः सह जालकानां मेलनं कुरूत :

(a) 

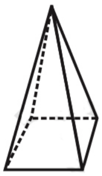
(i) 

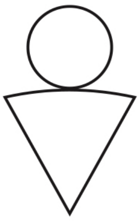
(b) 

(ii) 

(c)

(iii)

(d) 

(iv) 

इमां क्रीडां क्रीडत

भवान् भवदीयं मित्रं च परस्परं सम्मिलित-पृष्ठौ उपविष्टौ स्तः। भवतु एकः जनः एकं त्रिविमीयम् (3-D) आकारं निर्मातुम् एकम् तालकं पठति अपरन्तु द्वितीयजनः अस्य प्रतिरूपं निर्माय उक्तं त्रिविमीयम् (3-D) आकारम् आलेखितुं रचयितुं वा प्रयतते।

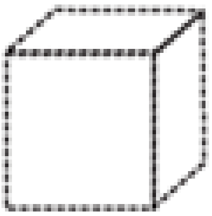
15.4 कस्मिंश्चित् समतलपृष्ठे सान्द्राकाराणाम् आलेखनम्

एतत् समतलपृष्ठं भवताम् एकं कागदम् अस्ति। भवन्तः यदा कञ्चित् सान्द्राकारम् आलिखन्ति तदा प्रतिबिम्बाः किञ्चिद् विकृतीक्रियन्ते (वक्रीक्रियन्ते) येन ते त्रिविमीयाः दृश्येरन्। एतत् कश्चन दृष्टिभ्रमः अस्ति। अत्र भवतां साहाय्यार्थं द्वौ प्रविधी दीयमानौ स्तः।

15.4.1 तिर्यक् अथवा अनियमित-चित्रम्

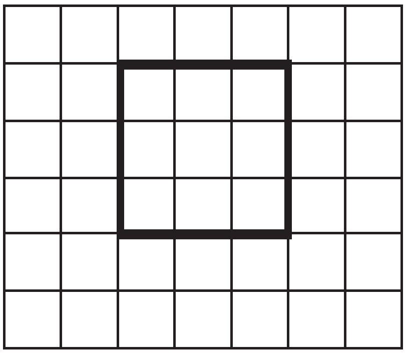
तथा एकं घनचित्रं दत्तम् अस्ति (आकृतिः 15.11)। यदा एतत् पुरस्ताद् दृश्येत तदा एतेन स्पष्टतः ज्ञायते यद् घनः कथं दृश्यते। भवन्तः अस्य कानिचिद् फलकानि द्रष्टुं न शक्नुवन्ति। आलिखितेऽस्मिन् चित्रे दीर्घता समाना नास्ति। अपरन्तु घने इयं समाना भवेत्।

तथा भवन्तः एतत् अभिजानन्ति यद् एतत् कश्चिद् घनः अस्ति। कस्यचित् सान्द्राकारस्य एतादृशं चित्रम् एकं तिर्यक् चित्रम् इति कथ्यते। भवन्तः एतादृशानि तिर्यक्चित्राणि कथम् आलिखन्ति ?



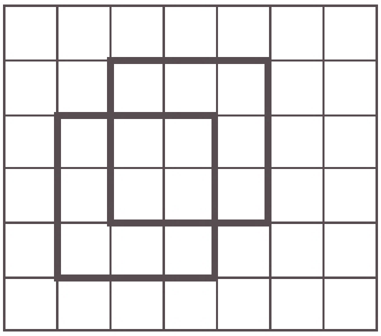
आकृतिः 15.11

आयान्तु अस्य प्रविधिम् अधिगन्तुं प्रयतामहे। भवतां कृते वर्गाङ्कितस्य (बिन्दुरेखाङ्कितस्य) कागदस्य आवश्यकता वर्तते । आरम्भे एतादृशे बिन्दुरेखाङ्किते कागदे आलेखस्य अभ्यासानन्तरं भवन्तः बिन्दुरेखाङ्कितकागदे विना अपि साधारण-कागदे एतानि चित्राणि सरलतया आलेखितुं शक्नुवन्ति । आगच्छन्तु 3 × 3 × 3 इति परिमापमितस्य चित्रम् (एतादृशः घनः यस्य प्रत्येकम् उपान्तः त्रि-एककम् अस्ति) आलेखितुं प्रयासं कुर्मः (आकृतिः 15.12)।



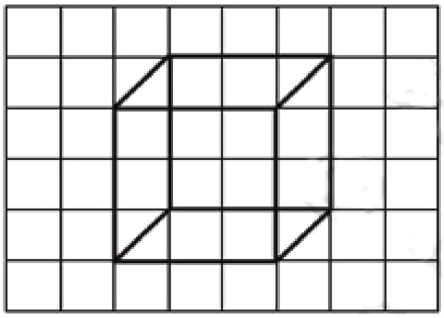
प्रथमं चरणम्

पुरतः स्थितं फलकम् आलिखन्तु।



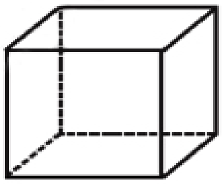
द्वितीयं चरणम्

पुरतः स्थितस्य फलकस्य सम्मुख-फलकं आलिखन्तु । फलकानां मापनं समानं भवेत्। किन्तु एतत् चित्रम् प्रथमचरणस्य चित्रं किञ्चिद् अपसार्य निर्मितम् अस्ति।



तृतीयं चरणः

सङ्गतकोणान् मेलयन्तु।



चतुर्थं चरणम्

अन्तर्हित-प्रान्तभागानां कृते चित्रं बिन्द्वङ्कित-रेखाः प्रयुज्य पुनः आलिखन्तु (इयं काचित् परम्परा अस्ति) अधुना अभीष्टं चित्रं सिद्धम् अस्ति।

आकृतिः 15.12

किम् उपर्युक्ते तिर्यक्-चित्रे भवन्तः अधोलिखित-तथ्यानि पश्यन्तः सन्ति ?

(i) पुरतः स्थित-फलकस्य तथा च तदीय-सम्मुख-फलकस्य मापः समानः अस्ति

(ii) घनस्य ये उपान्ताः समानाः भवन्ति चित्रे अपि ते समानाः एव प्रतीयन्ते यद्यपि ते समानतः न गृहीताः सन्ति।

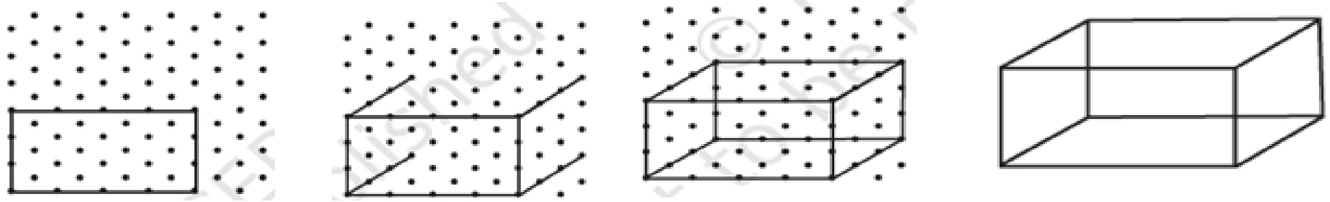
इदानीं भवन्तः कस्यचिद् घनाभस्य तिर्यक्-चित्रं निर्मातुम् अर्हन्ति (स्मरणं भवतु यद् अस्यां स्थितौ फलकम् एकः आयतः अस्ति)।

टिप्पणी : भवन्तः एतादृशानि चित्राणि अपि आलेखितुम् अर्हन्ति येषु मापः (मापनं वा) प्रदत्तस्य सान्द्रस्य मापेन अनुकूलः एव स्यात् । एतदर्थम् अस्माकं कृते एतादृशं कागदम् अपेक्षितं वर्तते यत् समदूरीकम् अर्थात् समानदैर्घ्ययुतं कागदम् इति उच्यते। आगच्छन्तु वयम् एकस्मिन् समदूरीक-कागदे एतादृशं घनाभं निर्मातुं प्रयत्नं कुर्मः यस्य दीर्घता 4 cm मिता, विस्तृतिः 3 cm मिता अथ च औन्नत्यं 3 cm मितम् अस्ति।

15.4.2 समदूरीक-चित्रम्

किं भवद्भिः बिन्दुभिः अङ्कितं समदूरीकागदे दृष्टम् अस्ति ? (अस्य एकः प्रतिदर्शः अस्य पुस्तकस्य अन्ते दत्तः अस्ति।) एवंविधे आस्तरणे सम्पूर्ण-कागदम् (अर्थाद् एतद् आस्तरणम् एव) बिन्दुरेखाभिः निर्मितेषु त्रिभुजेषु विभक्तं जायते । येषां मापाः दत्त-सान्द्र-मापानुकूलाः स्युः तादृशानि चित्राणि आलेखितुं वयं बिन्द्वङ्कितानां समदूरीकास्तरणानां प्रयोगं कर्तुम् अर्हामः।

आयान्तु, $4 \times 3 \times 3$ इति विमा-युतस्य कस्यचित् घनाभस्य (अस्य दीर्घता,विस्तृतिः तथा च औन्नत्यं क्रमशः 4, 3 तथा च 3 मात्रकम् अस्ति।) किमपि समदूरीकचित्रं निर्मातुं प्रयत्नं कुर्मः। (आकृतिः 15.13)।



प्रथमं चरणम्
पुरतः स्थितं फलकं दर्शयितुम् 4 × 3 इति मापयुतम् एकम् आयतम् आलिखन्तु।

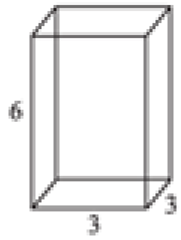
द्वितीयं चरणम्
आयतस्य चतुर्भ्यः कोणेभ्यः एतादृशान् चतुरः रेखाखण्डान् आलिखन्तु येषाम् एककं दैर्घ्यं त्रयं भवेत्।

तृतीयं चरणम्
सुमेलितकोणान् उपयुक्तरेखाखण्डैः सह मेलयन्तु।

चतुर्थं चरणम्
एतद् घनाभस्य एकं समदूरीकं चित्रम् अस्ति।

आकृतिः 15.13

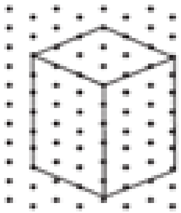
अवधानं कुर्वन्तु यत् कस्मिंश्चिद् समदूरीक-चित्रे मापनं यथार्थतः सान्ध्राणां दत्तमापानां भवति अपरन्तु तिर्यक्-चित्रस्य स्थितौ एवं भवति।



आकृतिः 15.14(i)

उदाहरणम् 1 अत्र कस्यचित् घनाभस्य तिर्यक्चित्रं दत्तम् अस्ति । अस्य चित्रस्य एकं समदूरीकचित्रम् आलिखन्तु।

समाधानम् अस्य समाधानम् 15.14 (ii) इति आकृत्यां आलिख्य दर्शितं वर्तते। अवधानं कुर्वन्तु यत् कथं मापानुसारं चित्रम् आलिखितम् अस्ति।

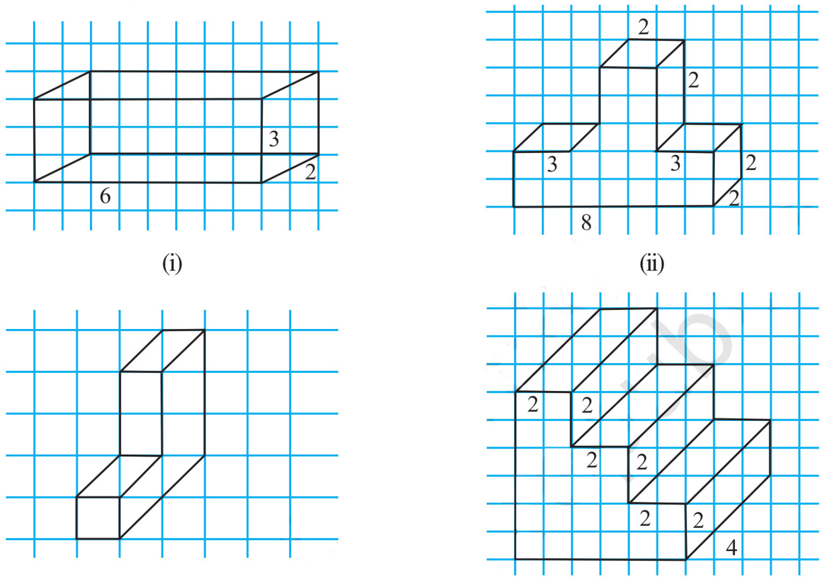


आकृतिः 15.14 (ii)

भवद्भिः (i) 'दीर्घता'? (ii) 'विस्तृतिः'? (iii) 'औन्नत्यम्'? इत्येतेषु एकैकस्य अनुदिशं कति एककानि गृहीतानि सन्ति ? किम् इमानि तिर्यक्-चित्रे दर्शितैः एककैः सह सुमेलितानि सन्ति ?

प्रश्नावली 15.2

1. कस्यचिद् बिन्द्वङ्कित-समदूरीक-कागदस्य प्रयोगं कुर्वन्तः अधोलिखितासु आकृतिषु एकैकस्याः कृते एकं समदूरीकचित्रं निर्मान्तु :



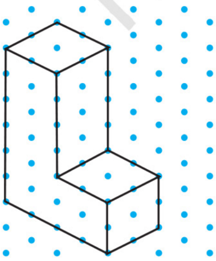
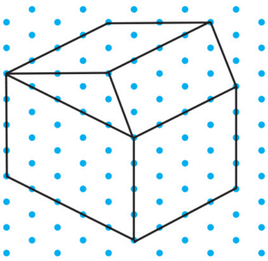
(i) (ii) (iii) (iv)

आकृतिः 15.15

2. कस्यचिद् घनाभस्य विमाः 5 सेण्टीमीटरमिता, 3सेण्टीमीटरमिता अथ च 2 सेण्टीमीटरमिता सन्ति। अस्य घनाभस्य त्रीणि विभिन्नानि समदूरीकचित्राणि आलिखिन्तु।

3. 2 cm मितोपान्तभागान् त्रीन् घनान् परस्परं संस्पृश्य संस्थापयन्तः कश्चिद् घनाभः निर्मितः। अस्य घनाभस्य एकं तिर्यग् अथवा समदूरीकचित्रम् आलिखन्तु।

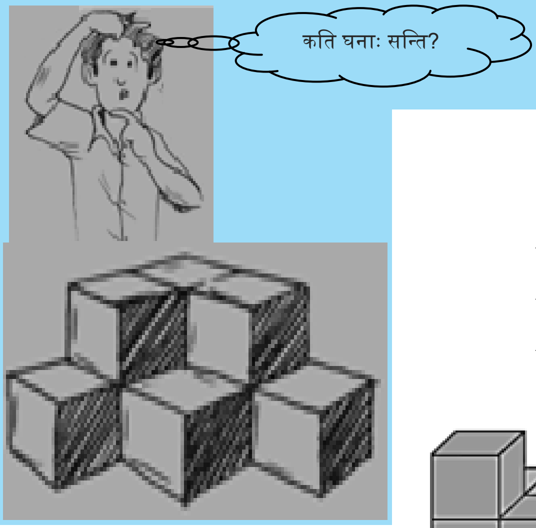
4. अधोलिखितेषु समदूरीकाकारेषु एकैकस्मै एकं तिर्यक् चित्रम् आलिखन्तु :

5. अधोलिखितेषु एकैकस्य कृते (i) तिर्यक् चित्रम् अथ च (ii) एकं समदूरीकचित्रम् आलिखन्तु :
   (a) 5 से.मी., 3 से.मी. एवञ्च 2 से.मी. इति विमायुतः कश्चिद् घनाभः (किं भवतः चित्रम् अद्वितीयम् अस्ति ?)
   (b) कश्चित्चतुःसेण्टीमीटरमितः दीर्घः घनः।
   अस्य पुस्तकस्य अन्ते एकं समदूरीकम् आस्तरणं युक्तं वर्तते। भवन्तः अस्मिन् आस्तरणे निजमित्रेण निर्दिष्ट-विमानां घनम् अथवा घनाभम् आलेखितुम् अर्हन्ति।

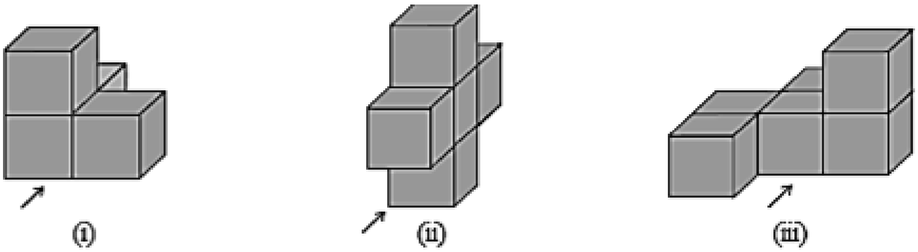
15.4.3 सान्द्रवस्तूनां चित्रणम्

एतान् कुर्वन्तु



यदा कदा भवन्तः संयोजितान् अथवा संयुक्तान् आकारान् पश्यन्ति तदा एषु केचन भवतां दृष्टिपथे न आयान्ति अर्थात् भवन्तः इमान् न द्रष्टुम् अर्हन्ति।

अत्र केचन क्रियाविधयः दीयमानाः सन्ति यान् कर्तुं भवन्तः अवकाश-काले प्रयत्नं कर्तुं शक्नुवन्ति। एषां क्रियविधीनां द्वारा भवतां सान्द्रवस्तु-चित्रणे अथवा तानि सान्द्रवस्तूनि कथं दृश्यन्ते इति तेषां विषये कल्पानाकरणे साहाय्यं भविष्यति।

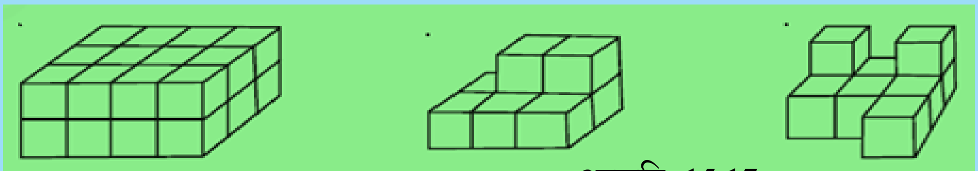


आकृतिः 15.16

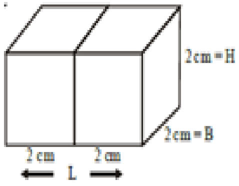
कांश्चन सान्द्रान् स्वीकुर्वन्तु तथा च तान् 15.16 इति आकृत्यां दर्शितानुसारं व्यवस्थितान् कुर्वन्तु। अधुना निजमित्रं पृच्छतु यत् तत् (मित्रम्) अस्य अनुमानं कुर्याद्यद् बाण-चिह्नानुसारम् अस्मिन् दर्शिते सति कति सान्द्राः दृश्यन्ते ?

एतान् कुर्वन्तु

अधोलिखित-व्यवस्थासु घनानां सङ्ख्या कति इति ऊहां कर्तुं प्रयासं कुर्वन्तु (आकृतिः 15.17)?



आकृतिः 15.17



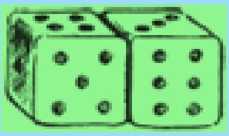
आकृतिः 15.18

एतादृशं चित्रीकरणम् अतीव सहायकं भवति। चिन्तयन्तु यत् भवन्तः एतादृशान् घनान् संयोज्य एकं घनाभं निर्मान्ति। अस्यां स्थितौ भवन्तः इमाम् ऊहां कर्तुम् अर्हन्ति यत् तस्य घनाभस्य दीर्घता, विस्तृतिः औन्नत्यं किं भविष्यति ?

उदाहरणम् 2 यदि वयम् 2 x 2 x 2 से.मी. इति विमायुक्तौ द्वौ सान्द्रौ परस्परं संस्पृश्य स्थापयामः तदा परिणामि-घनाभस्य विमाः काः भविष्यन्ति ?

समाधानम् यथा भवन्तः द्रष्टुम् अर्हन्ति (आकृतिः 15.18 इत्यत्र) यद् यदा घनौ संस्पृष्टौ स्थाप्येते तदा केवलं दैर्घ्यम् एव एतादृशं मापनम् अस्ति यस्मिन् वृद्धिः अभवत्। एतद् दैर्घ्यम् 2 + 2 = 4 सेण्टीमीटरमितं जायते। घनाभस्य विस्तृतिः 2 सेण्टीमीटरमिता एवञ्च औन्नत्यम् 2 सेण्टीमीटरमितम् अस्ति।

प्रयासं कुर्वन्तु



1. आकृत्यानुसारं द्वौ संश्लिष्टौ अक्षौ परस्परं संस्थापितौ भवेताम्। किं भवन्तः सूचयितुं शक्नुन्ति यत् अधोलिखित-फलकानां विपरीत-फलकेषु अङ्कित-बिन्दूनां योगः कः भविष्यति ?
   (a) 5 + 6 (b) 4 + 3
   (स्मरणं भवतु यत् कस्यचिद् अक्षस्य सम्मुख-फलके अङ्कित-सङ्ख्यानां योगः सदैव 7 भवति।) **आकृतिः 15.19**
2. 2 से.मी.मितोपान्तयुतानि त्रीन् सान्द्रान् परस्परं संश्लेष्य कश्चिद् घनाभः निर्मितः अस्ति। अस्य घनाभस्य एकं तिर्यक्-चित्रं निर्मातुं प्रयासं कुर्वन्तु अथ च ज्ञापयन्तु यद् अस्य दीर्घता, विस्तृतिः एवञ्च औन्नत्यं किं भवितुम् अर्हति ?

15.5 कस्यचित् सान्द्रस्य विभिन्नभागानाम् ईक्षणम्

आगच्छन्तु एतत् चर्चयामः यत् किमपि त्रिविमीय-वस्तुं (3D) कथं विभिन्नविधिभिः द्रष्टुं शक्यते।

15.5.1 कस्यचित्वस्तुनः कर्तनम् अथवा तस्य शकलीकरणं तस्य वस्तुनः कश्चिद् दर्शनविधिः अस्ति -

शकलीकरण-क्रीडा

अत्र एका प्रत्यूषित-रोटिका दत्ता वर्तते (आकृतिः 15.20) । अयं वर्गाकार-आधारयुत-घनाभः इव अस्ति। भवन्तः छुरिकया अस्याः प्रत्यूषित-रोटिकायाः खण्डान् कुर्वन्तु।

आकृतिः 15.20

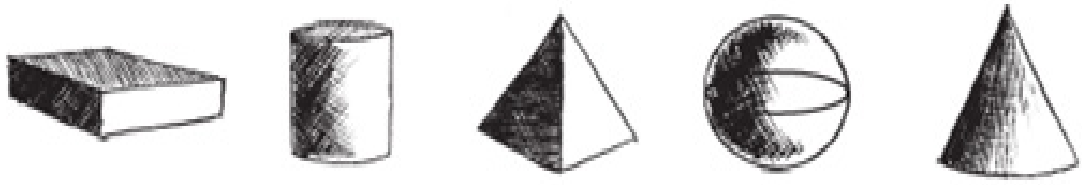
यदा भवन्तः इमाम् ऊर्ध्वाधररूपेण कर्तयन्ति तदा भवन्तः अनेकान् खण्डान् आप्नुवन्ति यथा 15.20 इति आकृत्यां दर्शितम् अस्ति। कस्यचित् खण्डस्य प्रत्येकं फलकम् एकः वर्गः अस्ति। वयम् इदं फलकं प्रत्यूषित-रोटिकायाः एकम् अनुप्रस्थभागम् इति कथयामः। वस्तुतः अस्यां स्थितौ अनुप्रस्थभागः प्रायेण एकः वर्गः अस्ति। अवधानं कुर्वन्तु यत् यदि कर्तनम् ऊर्ध्वाधरं नैव भविष्यति तदा भवद्भिः कश्चन भिन्नः अनुप्रस्थभागः प्राप्तुं शक्यते। अस्मिन् विषये विचारं कुर्वन्तु। भवद्भिः प्राप्तस्य अनुप्रस्थभागस्य परिसीमा काचित् तलाकृतिः अस्ति। किं भवन्तः एतद् द्रष्टुं शक्नुवन्ति ?

पाकशालीया क्रीडा

यदा भवन्तः पाकशालायां शाकानि पक्तुं कर्तयन्ति तदा किं भवद्भिः शाकानाम् अनुप्रस्थ-कर्तनानाम् आकारेषु अवधानं दत्तम् अस्ति ? विभिन्न-खण्डान् पश्यन्तु तथा च शाककर्तनात् प्राप्तैः अनुप्रस्थ-कर्तनाकारैः सह परचिताः भवन्तु।

एतत् क्रीडन्तु

अधोलिखितानां सान्द्राणां मृत्प्रतिरूपाणि निर्मान्तु तथा च एतानि ऊर्ध्वाधररूपेण अथवा तिर्यक्-रूपेण छिन्दन्तु। भवद्भिः प्राप्तानाम् अनुप्रस्थ-कर्तनाकाराणां अभ्यास-चित्राणि आलिखन्तु। यत्र सम्भवेत् तत्र तेषां नामानि अपि लिखन्तु।



आकृतिः 15.21

प्रश्नावली 15.3

1. यदा भवन्तः अधोलिखितान् सान्द्रान् ऊर्ध्वाधररूपेण अथवा क्षैतिजरूपेण कर्तयन्ति तदा कतमः अनुप्रस्थ-भागः प्राप्यते ?
   (a) काचिद् इष्टिका (b) किमपि वृत्ताकारं सेवफलम् (c) कश्चिद् अक्षः
   (d) काचित् घनाभाकारा नलिका (e) कश्चिद् पयोहिम-शङ्कुः

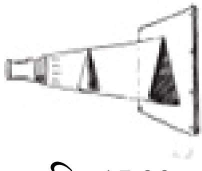
15.5.2 छायाक्रीडा एकः अपरः विधिः अस्ति -

एका छायाक्रीडा

केन प्रकारेण त्रिविमीय-वस्तूनि द्विविमीयाकाररूपेण द्रष्टुं शक्यन्ते इति अधिगन्तुं छायाः एतेषां सुन्दराणि उदाहरणानि सन्ति। किं भवद्भिः कदाचित् काचित् छायाक्रीडा अवलोकिता ? एतद् एकप्रकारकः मनोविनोदः अस्ति यस्मिन् सुस्पष्टाः सान्द्राकृतीः कस्यचित् प्रकाश-स्रोतसः पुरतः निधाय तासां गतिमत्प्रतिबिम्वानां भ्रमाः उत्पाद्यन्ते। अस्यां क्रीडायां कासाञ्चिद् गणितीयावधारणानां किञ्चित् अप्रत्यक्षरूपेण प्रयोगः भवति।

आकृतिः 15.22

एतं क्रियाविधिं कर्तुम् अस्माकं कृते कस्यचित् प्रकाशस्रोतसः तथा च केषाञ्चित् सान्द्राकाराणाम् आवश्यकता भविष्यति। (यदि भवतां समीपे शिरःक्षेपिप्रक्षेपकयन्त्रम् आकृतिः 15.23 (Overhead-pro-



आकृतिः 15.23

(i)

jector) अस्ति तर्हि सान्ध्रं विद्युद्दीपस्य समक्षं स्थापयन्तु अथ च एषाम् अन्वेषणं कुर्वन्तु ।) कस्यचित् शङ्कोः साक्षात् पुरतः कस्यचित् करदीपस्य प्रकाशं क्षिपन्तु । एतत् जवनिकायां कीदृशीं छायां दर्शयति (आकृतिः 15.23) ?

सान्द्रः त्रिविमायुतः अस्ति । अस्य छायायाः कति विमाः सन्ति ?

यदि भवन्तः अस्यां क्रीडायां शङ्कोः स्थाने कञ्चित् सान्द्रं करदीपकस्य समक्षं स्थापयन्ति तदा भवद्भिः कीदृशी छाया प्राप्स्यते ?

प्रकाशस्रोतसः विभिन्नस्थितीः सान्द्रवस्तूनां च विभिन्नस्थितीः आदाय प्रयोगं कुर्वन्तु । प्राप्तच्छायानाम् आकारेषु मापेषु च एषां प्रभावाणाम् अध्ययनं कुर्वन्तु । अत्र एकः अपरः इतोऽपि अधिकः मनोरञ्जकः प्रयोगः दीयमानः अस्ति ।

एतं सम्भवतः भवन्तः पूर्वमेव कृतवन्तः स्युः । एकं वृत्ताकारं चायपात्रम् मुक्तस्थाने स्थापयन्तु यदा द्वादशवादने सूर्यः तस्य साक्षाद् उपरि भवेत् । एतत् सर्वम् 15.24 (i) इति आकृत्यां दर्शितम् अस्ति । भवद्भिः तच्छाया कथं दृश्यते ? किम् इयं छाया ?

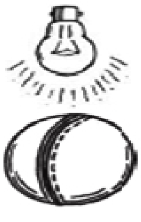
(a) प्रातः काले तथा च (b) सायङ्काले

(i) **आकृतिः 15.24 (i) - (iii)** (ii)

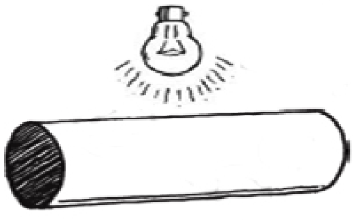
सूर्यस्य स्थिति-प्रेक्षणयोः समयम् अनुसृत्य छायानाम् अध्ययनं कुर्वन्तु ।

प्रश्नावली 15.4

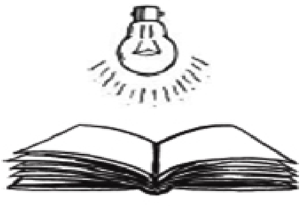
1. अधोलिखित-सान्द्राणां साक्षाद् उपरि एकः जवलन् विद्युद्दीपः स्थापितः अस्ति । प्रत्येकस्यां स्थितौ प्राप्तच्छायाकारस्य नाम ज्ञापयन्तु । अस्याः छायायाः एकम् अभ्यासचित्रं निर्मातुं प्रयासं कुर्वन्तु । (प्रथमं भवन्तः प्रयोगं कर्तुं प्रयासं कुर्वन्तु ततश्च उत्तराणि यच्छन्तु।)



एकं कन्दुकम्
(i)



एका वेलनकारी नलिका
(ii)

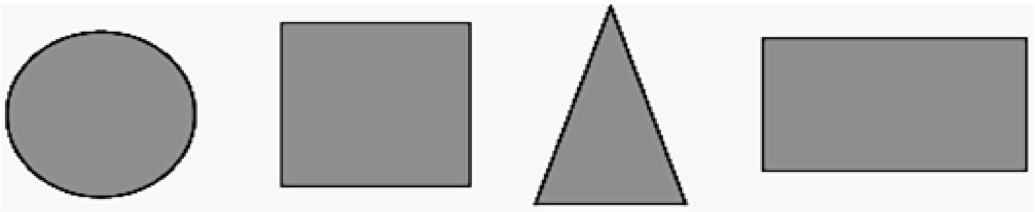


एकं पुस्तकम्
(iii)

2. अत्र केषाञ्चित् त्रिविमीयवस्तूनां (3-D) छायाः दत्ताः सन्ति याः शिरःक्षेपिप्रक्षेपकयन्त्रस्य दीपस्य अन्तस्तात् स्थापयित्वा प्राप्ताः सन्ति । यस्य सान्द्रस्य प्रत्येकं छायया सह मेलनं स्यात् तस्य सान्द्रस्य परिचयं कुर्वन्तु ।

(अत्र एकस्माद् अधिकानि उत्तराणि भवितुम् अर्हन्ति ?)

एकं वृत्तम् एकः वर्गः एकं त्रिभुजम् एकः आयतः

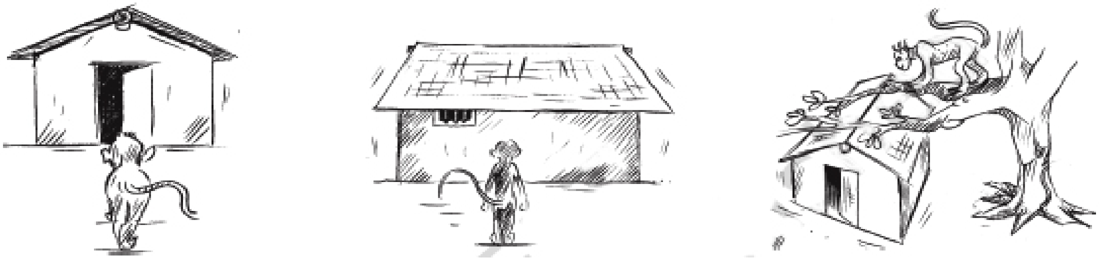


(i) (ii) (iii) (iv)

3. किम् एतानि कथनानि सत्यानि सन्ति इति अवेक्षणं कुर्वन्तु :
   (i) कश्चिद् घनः कस्यचिद् आयाताकारस्य छायां दातुम् अर्हति ?
   (ii) कश्चिद् घनः कस्यचित् षड्भुजस्य छायां दातुम् अर्हति ?

15.5.3 अयम् एकः तृतीयविधिः अस्ति यद् अस्य विभिन्न-दृश्यानि द्रष्टुम् अस्य अवलोकनं कैश्चिद् विशेषकोणैः भवेत्

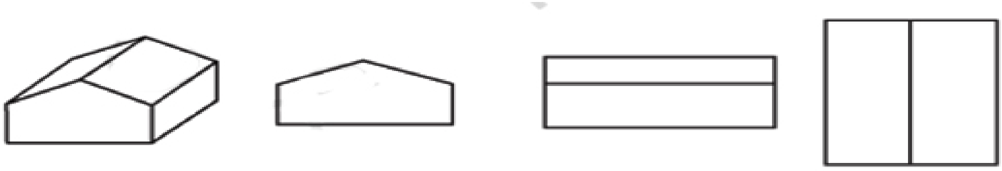
कश्चिदपि जनः किमपि वस्तु तस्य पुरस्ताद् अथवा तदीय-पार्श्वभागात् अथवा तस्य उपरितनभागात् द्रष्टुं शक्नोति। प्रतिवारं सः भिन्नम् एव दृश्यं प्राप्स्यति (आकृतिः 15.25)।



पुरतः दृश्यम् पार्श्वतः दृश्यम् उपरिष्टात् दृश्यम्

आकृतिः 15.25

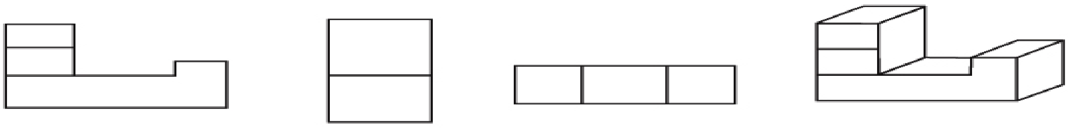
अत्र एकम् उदाहरणम् दीयमानम् अस्ति यस्मिन् कश्चन जनः भवनस्य विभिन्न-दृश्यानि प्राप्तुं शक्नोति (आकृतिः 15.26)।



भवनम् पुरतः दृश्यम् पार्श्व-दृश्यम् उपरिष्टात् दृश्यम्

आकृतिः 15.26

भवन्तः एतेषां प्रयोगं घनयोजनेन निर्मितानाम् आकृतीनां कृते अपि कर्तुं शक्नुवन्ति।



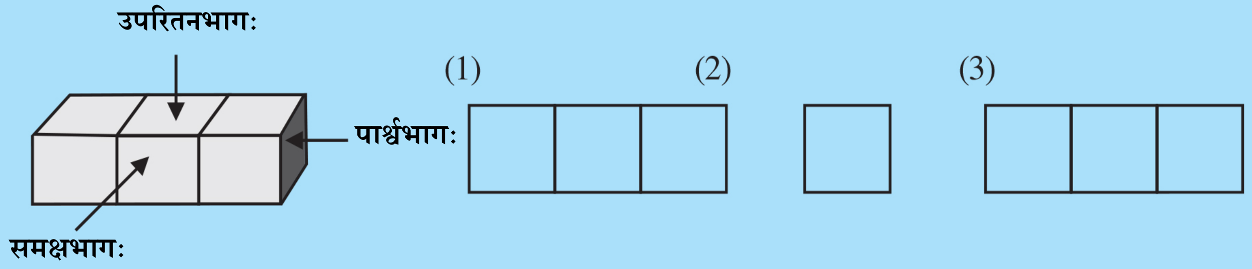
आकृतिः 15.27

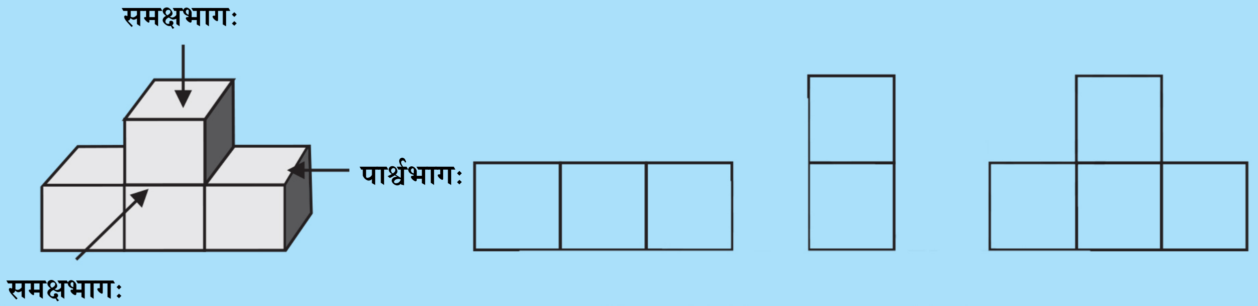
घनान् युगपत् संस्थाप्य सान्द्रान् निर्मान्तु पुनश्च तान् विभिन्नदिग्भ्यः दृष्ट्वा उपरितन-विधि-निर्देशानुसारं चित्रं निर्मातुं प्रयासं कुर्वन्तु।

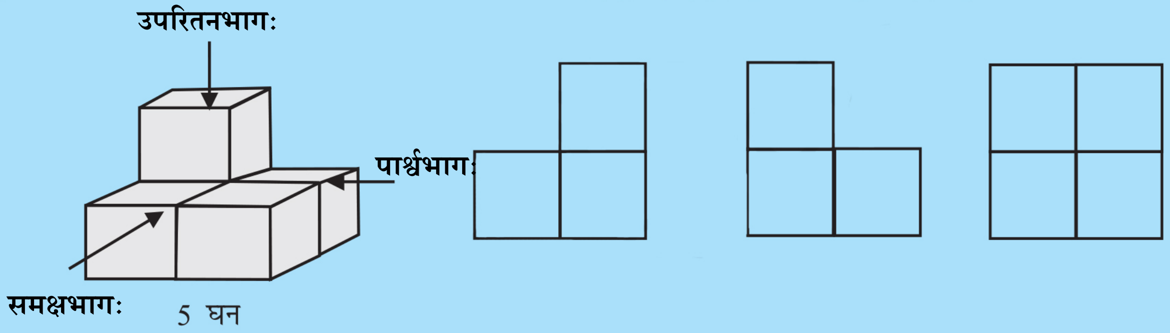
प्रयासं कुर्वन्तु

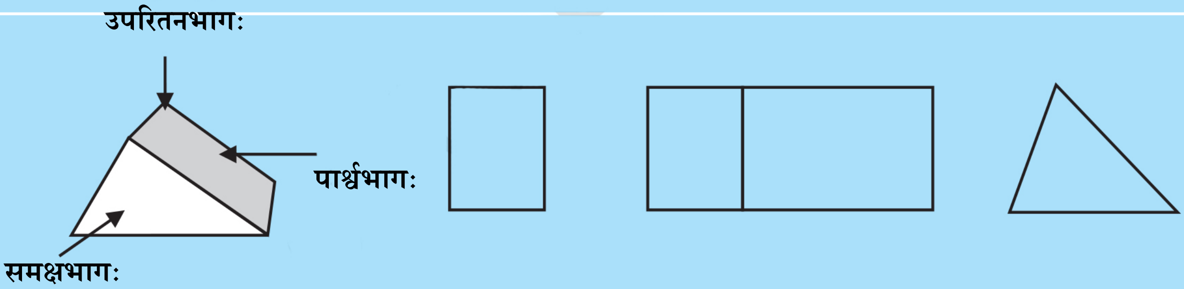
1. प्रत्येकं सान्द्रस्य कृते (1), (2), (3) इति त्रीणि दृश्यानि दत्तानि सन्ति। प्रत्येकं सान्द्रस्य कृते उपरितनं पुरतः स्थितम् अथ च पार्श्वस्थं सङ्गत-दृश्यं परिचिन्वन्तु।

सान्द्रम् **तस्य दृश्यानि**

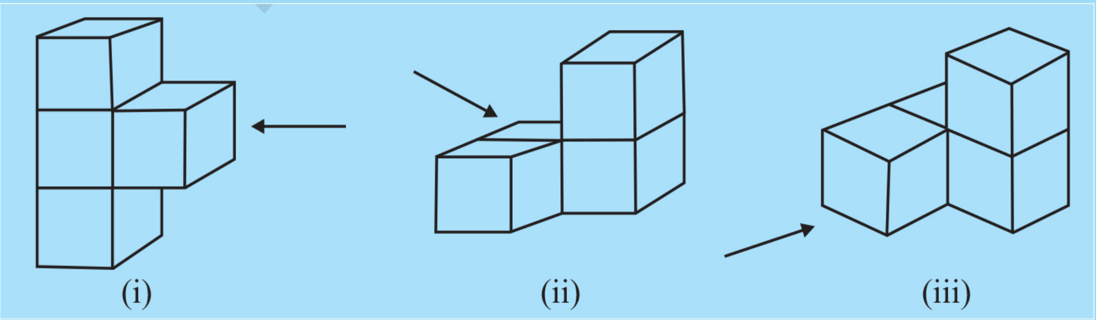








2. अधोदत्तं प्रत्येकं सान्द्रम् इति चिह्नद्वारा सूचितदिशातः पश्यन्तु अथ च तस्य एकं दृश्यम् आलिखन्तु



अस्माभिः का चर्चा कृता ?

1. वृत्तम्, वर्गः, आयतः, चतुर्भुजम्, त्रिभुजं च इति सर्वाणि समतलाकृतीनाम् उदाहरणानि सन्ति तथा च घनः, घनाभः, कन्दुकम्, वेलनम्, शङ्कुः तथा च पिरामिड् इति सर्वाणि सान्द्राकाराणाम् उदाहरणानि सन्ति।
2. समतलाकृतीनां द्वे विमे (2-D) भवतः तथा च सान्द्राकाराणां तिस्रः विमाः (3-D) भवन्ति।
3. सान्द्राकाराणां कोणाः तस्य शीर्षाणि,तस्य आकारस्य रेखाखण्डाः तस्य उपान्ताः अथ च तस्य समतलपृष्ठानि तस्य फलकानि इति कथ्यन्ते।
4. सान्द्रस्य एकं जालकं द्वयोः विमयोः मध्ये एकः एतादृशः आकारः (रेखारूपम्) अस्ति यं वक्रीकृत्य सः सान्द्रः प्राप्यते। एकस्यैव सान्द्रस्य अनेकविधानि जालकानि भवितुम् अर्हन्ति।
5. वस्तुतः सान्द्राकाराः समतलपृष्ठेषु (यथा कागदम्) आलेखितुं शक्यन्ते। एतत् 3-D इति सान्द्राकारस्य द्विविमीय-निरूपणम् (2-D) इति कथ्यते।
6. कस्यचित् सान्द्रस्य द्विविधानि चित्राणि निर्मातुं शक्यन्ते -
   a) एकं तिर्यक् चित्रं यस्मिन् दैर्घ्याणि समानुपातानि नैव भवन्ति। तदापि एतत् सान्द्ररूपस्य विषये सर्वविधं ज्ञानं प्रददाति ?

(b) एकं समदूरीकचित्रं यत् समदूरी-कागदे आलेखितुं शक्यते यस्य च प्रतिदर्शः अस्य पुस्तकस्य अन्ते दत्तः अस्ति। कस्यचित् सान्द्रस्य कस्मिंश्चित् चित्रे दैर्घ्याणि समानुपातेन स्थाप्यन्ते।

7. सान्द्राकाराणां चित्रणम् एकम् अतीव उपयोगि कौशलम् अस्ति। भवद्भिः सान्द्रस्य आवृत्तभागाः दृश्येरन्।
8. कस्यचित् सान्द्रस्य विभिन्नभागाः विभिन्न-दिग्भ्यः द्रष्टुं शक्यन्ते -
   (a) अयं विधिः एवं वर्तते यत् यदि प्रदत्ताकारः छिद्येत तर्हि अस्माद् वयम् एकम् अनुप्रस्थभागं प्राप्तुं शक्नुमः।
   (b) एकः अपरः विधिः अयम् अस्ति यत् कस्यचित् त्रिविमीयाकारस्य (3-D) द्विविमीयच्छाया (2-D) दृश्येत।
   (c) तृतीयविधिः अयं वर्तते यत् सान्द्राकारान् विभिन्नकोणेभ्यः पश्याम। अवलोकितस्य आकारस्य समक्षचित्रम्, पार्श्व-चित्रम् अथ च उपरितनं चित्रम् अस्मभ्यं तस्य आकारस्य विषये बहु अधिकं ज्ञानं प्रदातुम् अर्हति।